

ЗАСТОСУВАННЯ ТРИВИМІРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ІНЖЕНЕРІЇ

Тези присвячені аналізу використання тривимірного (3D) моделювання в інженерії, яке відіграє ключову роль у процесах проектування, симуляції та оптимізації складних систем. Визначено основні етапи розвитку 3D-моделювання, починаючи від традиційного креслення до сучасних CAD-систем, що дозволяють створювати точні моделі для різних галузей, зокрема машинобудування, будівництва, аерокосмічної та автомобільної промисловості. Окремо розглянуто основні типи 3D-моделювання: каркасне, поверхнєве і твердотільне, а також використання параметричного моделювання та сучасних методів, таких як поверхні Безьє, B-сплайни і NURBS для побудови складних об'єктів. У роботі також підкреслено переваги, що включають підвищену точність, швидкість і ефективність створення прототипів, а також проблеми, пов'язані з високими витратами на технології та складністю інтеграції різних платформ. У перспективі очікується подальший розвиток 3D-моделювання в контексті цифрової трансформації через використання штучного інтелекту, машинного навчання та додаткові інструменти для колективної роботи.

Ключові слова: тривимірне моделювання, системи автоматизованого проектування, NURBS, інженерні технології, цифрова трансформація, штучний інтелект.

Тривимірне моделювання відіграє ключову роль у сучасній інженерній практиці, дозволяючи фахівцям візуалізувати, симулювати та оптимізувати складні системи ще до створення фізичного прототипу. У міру того, як галузі розвиваються в напрямку цифрової трансформації та Індустрії 4.0, 3D-моделювання формує основу для інновацій у дизайні, віртуальному тестуванні та автоматизованому виробництві. У даній роботі надається всебічний огляд 3D-моделювання, від його концептуальної основи до передових застосувань.

3D-моделювання бере свій початок у традиційному кресленні і розвинулося завдяки системам автоматизованого проектування в середині двадцятого століття. З розвитком обчислювальних потужностей і графічних можливостей 3D-моделювання ставало дедалі складнішим. Основні віхи розвитку включають:

- впровадження параметричного моделювання;
- розвиток твердотільного моделювання та моделювання поверхонь;
- інтеграція з імітаційним моделюванням та аналізом скінченних елементів (FEA);
- поява цифрових двійників і BIM (інформаційне моделювання будівель).

На сьогоднішній день найбільш поширеними типами 3D-моделювання є:

- каркасне моделювання: Представляє об'єкти за допомогою ліній та кривих;
- моделювання поверхонь: Визначає зовнішні поверхні без суцільного об'єму;
- твердотільне моделювання: Створює повноцінні 3D-тіла з об'ємом і властивостями матеріалів.

В сучасних системах CAD при моделюванні складних об'єктів використовуються поверхні Безьє, B-сплайнові поверхні, поверхні NURBS [1].

Поверхня Безьє. Можна розширити концепцію кривої Безьє, яка визначається багатокутником, ще на один вимір, внаслідок чого вийде поверхня Безьє (рис. 1). Рівняння поверхні Безьє має наступний вигляд:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) \quad (0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1)$$

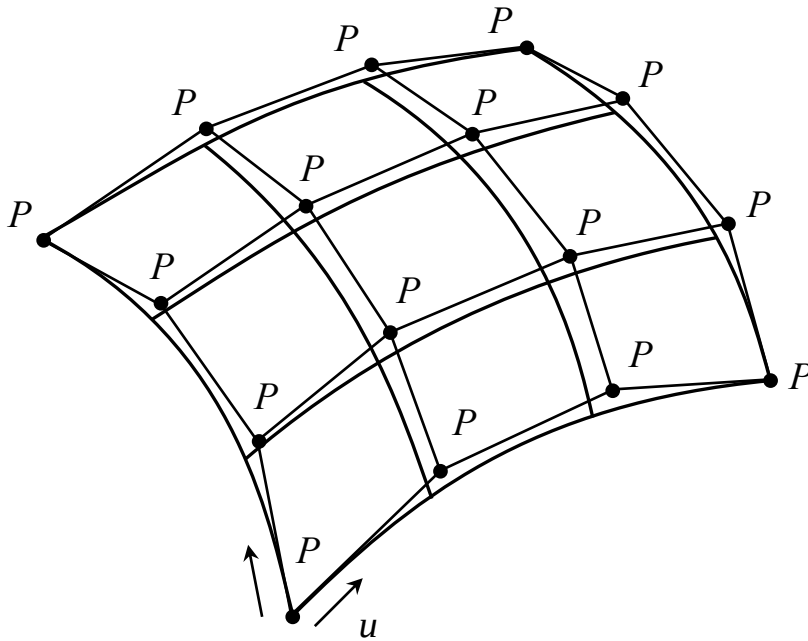
де $P_{i,j}$ – радіус-вектори точок, що знаходяться у вершинах багатогранника (рис. 1), а $B_{i,n}$ і $B_{j,m}$ – функції сполучення, звичайні для кривих Безьє в параметричних напрямках u і v :

$$B_{i,n}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \quad B_{j,m}(v) = \binom{m}{j} v^j (1-v)^{m-j} \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad \binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!}$$

Індекси n і m на одиницю менше числа вершин багатогранника в напрямках u і v відповідно. Таким чином, ступінь рівняння поверхні по u і v визначається кількістю точок у відповідних напрямках.

Властивості поверхні Безьє:

- 1) кутові точки багатогранника лежать на поверхні Безьє. Додатково можна показати, що граничні криві поверхні Безьє також являються кривими Безьє, які визначаються відповідною кількістю задаючих точок;
- 2) поверхня знаходиться усередині опуклої оболонки полігональної сітки;
- 3) степінь поверхні Безьє визначається кількістю точок і на одиницю менше кількості вершин задаючого багатогранника в цьому напрямі.



В-сплайнова поверхня. Подібно до того, як від рівняння кривої Безьє можна перейти до рівняння поверхні Безьє, також можна перейти і від рівняння В-сплайна до рівняння В-сплайнової поверхні:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) \quad (s_{k-1} \leq u \leq s_{n+1}, t_{l-1} \leq v \leq t_{m+1})$$

де $P_{i,j}$ – точки, розташовані у вершинах задаючого багатогранника, як і для поверхні Безьє; $N_{i,k}(u)$ і $N_{j,l}(v)$ – базисні функції В-сплайна в біпараметричних напрямках u і v відповідно:

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u - s_i) N_{i,k-1}(u)}{s_{i+k-1} - s_i} + \frac{(s_{i+k} - u) N_{i+1,k-1}(u)}{s_{i+k} - s_{i+1}} ;$$

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & s_i \leq u \leq s_{i+1} \\ 0 & \text{в іншому випадку} \end{cases} ;$$

$$N_{j,l}(v) = \frac{(v - t_j)N_{j,l-1}(v)}{t_{j+l-1} - t_j} + \frac{(t_{j+l} - v)N_{j+1,l-1}(v)}{t_{j+l} - t_{j+1}}$$

$$N_{j,1}(v) = \begin{cases} 1 & t_j \leq v \leq t_{j+1} \\ 0 & \text{в іншому випадку} \end{cases}$$

Ці функції сполучення визначаються вузловими значеннями $s_0, s_1, \dots, s_{n+k}$ і $t_0, t_1, \dots, t_{m+l}$ відповідно. Діапазони параметрів використовуються у визначенні В-сплайна, оскільки функції сполучення $N_{i,k}(u)$ і $N_{j,l}(v)$ визначені тільки на цих інтервалах. Це вірно як для періодичних вузлів, так і для неперіодичних.

Деякі властивості В-сплайн поверхні:

- 1) максимальний порядок поверхні в кожному параметричному напрямі дорівнює кількості вершин багатогранника в цьому напрямі;
- 2) гладкість поверхні в кожному параметричному напрямі на дві одиниці менше порядку поверхні в кожному напрямі;
- 3) поверхня інваріантна щодо афінного перетворення, тобто поверхня перетвориться за допомогою перетворення, яка її формує;
- 4) вплив однієї вершини полігональної сітки обмежується $\pm k/2, \pm l/2$ інтервалами в кожному параметричному напрямі;
- 5) якщо кількість вершин формуючої полігональної сітки дорівнює порядку в кожному параметричному напрямі і внутрішніх вузлових величин немає, то В-сплайн поверхня перетворюється на поверхню Безьє;
- 6) поверхня лежить усередині опуклої оболонки формуючої полігональної сітки, що утворюється об'єднанням всіх опуклих оболонок k і l сусідніх вершин полігональної сітки.

Поверхня NURBS. Якщо перейти до однорідних координат точок, то з рівняння В-сплайна отримаємо рівняння NURBS-кривої. Так само рівняння поверхні NURBS виходить з В-сплайнової поверхні:

$$P(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}, \quad (s_{k-1} \leq u \leq s_{n+1}, t_{l-1} \leq v \leq t_{m+1})$$

де $P(u, v)$ – точка на поверхні В-сплайна в параметричних координатах u, v ; $N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)$ – базисні функції В-сплайна, $P_{i,j}$ – вектори точок з координатами x, y і z (позиції контрольних точок); $h_{i,j}$ – однорідні координати точок (вагові коефіцієнти при відповідних контрольних точках); n, m – кількість контрольних точок в напрямі u, v ; k, l – ступінь кривої в напрямі u, v .

Раціональні В-сплайн поверхні мають наступні властивості:

- 1) сума базисних функцій раціональної поверхні для будь-яких значень u, v рівна:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m S_{i,j}(u, v) \equiv 1$$

де

$$S_{i,j}(u, v) = \frac{h_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}$$

- 2) кожна базисна функція раціональної поверхні позитивна або дорівнює нулю для всіх значень параметрів u, v тобто $S_{i,j} \geq 0$;

- 3) окрім випадку $k = 1$ або $l = 1$, кожна базисна функція раціональної поверхні має рівно один максимум;

- 4) максимальний порядок раціональної В-сплайн поверхні в кожному параметричному напрямі дорівнює числу вершин характеристичного багатогранника в цьому напрямі;

- 5) раціональна В-сплайн поверхня інваріантна щодо проєктного перетворення, тобто будь-яке проєктне перетворення може бути застосоване до поверхні шляхом його застосування до полігональної сітки;

6) поверхня лежить усередині опуклої оболонки полігональної сітки, що утворюється об'єднанням всіх опуклих оболонок k, l сусідніх вершин полігональної сітки;

7) вплив однієї вершини полігональної сітки обмежується $\pm k/2, \pm 1/2$ інтервалами в кожному параметричному напрямі;

8) при триангуляції полігональна сітка утворює плоску апроксимацію поверхні;

9) якщо кількість вершин полігональної сітки дорівнює порядку в кожному параметричному напрямі і дубльованих внутрішніх вузлових величин немає, то раціональна В-сплайн поверхня є раціональною поверхнею Безье.

Найбільш поширеними програмними інструментами для тривимірного моделювання на сьогодні є:

- Autodesk Inventor, SolidWorks (механічне проєктування);
- CATIA, Siemens NX (аерокосмічна та автомобільна промисловість);
- ANSYS, COMSOL (інтеграція симуляцій);
- Revit, Civil 3D (архітектурне та цивільне будівництво);
- Blender, 3ds Max (візуалізація та анімація).

У сучасному світі тривимірне моделювання застосовується в:

1) машинобудуванні. Використовуються для створення прототипів машин, моделювання напружень і деформацій, а також створення цифрових двійників для прогнозованого технічного обслуговування [2];

2) будівництві. 3D-моделі допомагають у структурному аналізі, робочих процесах BIM та візуалізації інфраструктури для міського планування [3; 4];

3) електротехніці та електроніці. Допомагає проєктувати друковані плати (PCB), корпуси вбудованих систем та моделювати розподіл тепла;

4) аерокосмічній та автомобільній інженерії. Необхідний для аеродинамічного моделювання, симуляції збірки компонентів та сценаріїв краш-тестів [5];

5) біомедичній інженерії. Використовується для створення протезів, моделювання анатомії людини та планування хірургічних операцій за допомогою моделей, орієнтованих на конкретного пацієнта;

6) навчальному процесі. Підвищує рівень зацікавлення студентів та ефективність засвоєння матеріалу [6].

Перевагами 3D-моделювання є:

- покращена точність проєктування та візуалізація;
- посилення співпраці між командами завдяки цифровим моделям;
- скорочення часу циклу від проєктування до виробництва;
- економія коштів завдяки ранньому виявленню помилок та віртуальному тестуванню;
- сприяє швидкому створенню прототипів та адитивному виробництву.

Більш широкому впровадженню тривимірного моделювання в різні сфери заважає черга недоліків:

- висока вартість програмного та апаратного забезпечення;
- довгий процес навчання для інженерів, які не знайомі з інструментами моделювання;
- проблеми інтеграції між різними платформами та застарілими системами;
- управління даними та контроль версій у великомасштабних проєктах.

Висновки. 3D-моделювання продовжує трансформувати інженерні практики, пропонуючи надійні інструменти для проєктування, аналізу та інновацій. Його впровадження в різних галузях не лише покращує якість продукції, але й узгоджується з ініціативами цифрової трансформації. З розвитком технологій 3D-моделювання буде ставати все більш інтелектуальним, інтегрованим і незамінним. У перспективі є інтеграція зі штучним інтелектом і машинним навчанням для генеративного дизайну, більш широке використання AR/VR у взаємодії з моделями, хмарне моделювання та платформи для спільної роботи

References

1. Rogers, D. F., Adams, J. A. (2001). Mathematical elements for computer graphics. 2nd Ed. NY : McGraw-Hill Publishing Company. 604 p.
2. Kozachenko, S. O., Yakovenko, I. O. (2018). Tekhnolohii kompiuternoho modeliuвання v mashynobuduvanni. Kyiv : Vydavnytstvo KNEU.
3. Cherniavskiy, R., Krainyk, Y., Boiko, A. (2019). Modeling university environment: means and applications for university education. Proceedings of the 2nd Student Workshop on Computer Science & Software Engineering (CS&SE@SW 2019), Kryvyi Rih, Ukraine, November 29, pp. 149–158.

4. . Boiko, A. P., Leonov, A. V. (2018). Kontseptsiiia stvorennia 3D-modelei skladnykh inzhenernykh sporud. Naukovi pratsi : naukovyi zhurnal. Vyp. 308. T. 320. Kompiuterni tekhnolohii. Mykolaiv : ChNU im. Petra. Mohyly. C. 19–25.
5. Boiko, A., Bondarenko, O., Davydenko, Y. (2019). Hull parametric modeling of a small waterplane area twin hull ships. Proceedings of the IEEE CADSM 2019 Conference, Polyana-Svalyava (Zakarpattia), Ukraine, February 26 – March 2, pp. 6/1–6/4.
6. Jadhav, A., Mantha, S. S. (2021). Application of 3D Modelling in Engineering Education. International Journal of Engineering Research & Technology, 10(4), pp. 123–130.

DOI 10.34132/mspc2025.01.06.06

Anzhela Boiko

APPLICATION OF THREE-DIMENSIONAL MODELING IN ENGINEERING

The thesis is dedicated to the analysis of the use of three-dimensional (3D) modeling in engineering, which plays a key role in the processes of design, simulation, and optimization of complex systems. The main stages of the development of 3D modeling are identified, starting from traditional drawing to modern CAD systems that enable the creation of accurate models for various industries, including mechanical engineering, construction, aerospace, and automotive industries. The main types of 3D modeling are separately considered: wireframe, surface, and solid modeling, as well as the use of parametric modeling and modern methods such as Bézier surfaces, B-splines, and NURBS for building complex objects. The thesis also emphasizes the advantages, including increased accuracy, speed, and efficiency in prototype creation, as well as challenges related to the high costs of technologies and the complexity of integrating different platforms. In the future, further development of 3D modeling is expected in the context of digital transformation through the use of artificial intelligence, machine learning, and additional tools for collaborative work.

Keywords: *three-dimensional modeling, computer-aided design systems, NURBS, engineering technologies, digital transformation, artificial intelligence.*

Відомості про автора / Information about the Author

Анжела Бойко, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної інженерії Чорноморського національного університету імені Петра Могили, м. Миколаїв, Україна. E-mail: anzhela.boiko@chmmu.edu.ua, orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3449-0453>.

Anzhela Boiko, Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Engineering, Petro Mohyla Black Sea National University, Mykolaiv, Ukraine. E-mail: anzhela.boiko@chmnu.edu.ua, orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3449-0453>.

© А. Бойко
20.05.2025..

Стаття отримана редакцією

